

## 2013 概率统计个人竞赛复试题

1. 甲乙二人各出资 100 元反复掷一枚均匀硬币玩公平游戏, 正面甲赢, 负面乙赢. 双方约定谁先赢三次将获得全部赌资 200 元. 当硬币掷到第三次时因故停止, 结果是甲方赢两次, 乙方赢一次. 在这种情况下, 应该如何在甲乙之间公平分配 200 元赌资.

2. 设  $X$  与  $Y$  为独立并且二维随机变量  $Z = (X, Y)$  的分布旋转不变 (即对于任何正交矩阵  $O$ , 二维随机变量  $OZ$  与  $Z$  同分布. 证明  $X$  和  $Y$  是均值为零且方差相同的正态随机变量.

3. 考虑一元线性回归模型

$$Y_k = aX_k + \epsilon_k, k = 1, 2, \dots, n,$$

其中  $\{\epsilon_k : k = 1, 2, \dots, n, \}$  是独立同分布正态  $N(0, \sigma^2)$  随机变量序列,  $\{X_k : k = 1, 2, \dots, n, \}$  是非随机、人为设计的自变元序列. 请给出一种估计方法, 并找出估计量的均值及方差.